Compito del 23 giugno 2004

Insegnamento di Sistemi in Tempo Reale
Laurea specialistica in Ingegneria dell'Automazione

1 Esercizio 1

Dato un sistema composto da 5 task con le seguenti caratteristiche:

Task	WCET	Period	Deadline
τ_1	2	10	10
τ_2	3	18	12
τ_3	4	24	24
τ_4	4	30	18
τ_5	4	40	40

I task accedono alle risorse condivise secondo la seguente tabella:

Task	R_1	R_2	R_3	R_4
τ_1	1	–	–	–
τ_2	–	1	–	1
τ_3	–	1	–	1
τ_4	2	–	1	–
τ_5	1	–	1	1

Supponendo che il sistema sia schedulato con fixed priority, con assegnamento delle priorità con Deadline Monotonic; e supponendo che sia utilizzato il protocollo Priority Inheritance per l'accesso alle risorse; supponendo inoltre che le sezioni critiche non siano innestate; calcolare il massimo tempo di bloccaggio di ciascun task.

2 Esercizio 2

Dato il seguente sistema:

$$G(s) = \frac{1}{s(s+5)}$$

1. Progettare un controllore tempo discreto in modo che per il sistema a ciclo chiuso:
   - L'overshoot percentuale sia circa uguale allo 0.15%
   - Il settling time t_s necessario a riportare le oscillazioni al di sotto dell'uno per cento sia $2.0178s$.
   - Il rise time t_r sia $0.71s$.
   - Il periodo di campionamento sia tale da avere $\omega_n T \approx 0.152$
     Si consiglia di utilizzare i seguenti risultati, validi per un sistema del secondo ordine senza zeri: 1) overshoot percentuale $M \approx e^{-\pi\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$ *2) settling time* $\xi\omega_n \approx \frac{4.6}{t_s}$*, 3) rise time* $\omega_n \approx \frac{1.8}{t_r}$*. Inoltre si ricorda che* $\mathcal{Z}(1/s^2) = \frac{zT}{(z-1)^2}$*,* $\mathcal{Z}(1/s) = \frac{z}{z-1}$ *e* $\mathcal{Z}(1/(s+a)) = \frac{z}{z-e^{-aT}}$

Come possibile suggerimento si può trovare una specifica dei poli a ciclo chiuso tempo continui e cercare di realizzarla in t.d. utilizzando il luogo delle radici.

2. Supponiamo che il controllore sopra descritto venga realizzato in un sistema real-time nel modo seguente:

   - il dato viene campionato da una scheda di acquisizione dati che periodicamente (con periodo pari al periodo di campionamento calcolato al punto precedente) acquisisce il dato e solleva una interruzione;
   - l'handler di interruzione h_2 preleva il dato dalla scheda e lo mette in un CAB;
   - un task periodico τ_1 con periodo pari al tempo di campionamento calcolato al punto precedente, legge il dato dal CAB e legge il riferimento da una ltro buffer di memoria. Quindi, calcola il comando di controllo, e lo invia a una scheda di attuazione.

   Inoltre, nel sistema sono presenti anche:

   - un hanlder dell'interruzione del timer h_1 con periodo pari a 1 msec;
   - due task periodici τ_2 e τ_3.

   Le caratteristiche dei task e degli handler sono riassunti nella seguente tabella:

handler/task	WCET	Periodo
h_1	0.1 msec	1 msec
h_2	1 msec	T
τ_1	10 msec	T
τ_2	3 msec	10 msec
τ_3	4 msec	20 msec

   Si suppone che h_1 abbia priorità su h_2. Inoltre, l'algoritmo di scheduling è a priorità fisse, con assegnamento delle priorità con Rate monotonic.

   Assumendo che l'handler h_2 e il task τ_1 non siano sincronizzati, stimare il tempo di delay massimo fra l'arrivo dell'interruzione dalla scheda di acquisizione, e l'invio del dato all'attuatore. Come è possibile ridurre tale ritardo massimo?

3 Soluzione esercizio 1

Il tempo di bloccaggio è:

τ_1	2
τ_2	4
τ_3	1
τ_4	2
τ_5	0

4 Soluzione esercizio 2

1. La specifica sull'overshoot si traduce in: $\xi \geq \sqrt{\frac{\left(-\frac{1}{\pi}\log 0.0015\right)^2}{1+\left(-\frac{1}{\pi}\log 0.0015\right)^2}} \approx 0.9$. La specifica sul settling time si traduce su una specifica sulla parte reale delle soluzioni $\xi\omega_n \approx 2.28$. La specifica sul rise time si traduce in $\omega_n \approx 1.8/0.71 \approx 2.533$. In questo modo si ottiene un valore desiderato per i poli a ciclo chiuso: $\overline{s}_{1,2} = -\xi\omega_n + / - j\sqrt{1-\xi^2}\omega_n$ Per quanto riguarda il tempo di campionamento, si può scegliere tenendo presente:

$$\omega_n T \approx 0.152 \rightarrow T \approx 0.06s$$

La modellazione dell'insieme impianto-campionatore-ZoH si può rappresentare con la seguente z-trasformata:

$$\begin{aligned} G(z) = &\quad \tfrac{z-1}{z}\mathcal{Z}\left\{\tfrac{1}{s^2(s+5)}\right\} = \\ = &\quad \tfrac{z-1}{z}\tfrac{1}{5}\mathcal{Z}\left\{\tfrac{1}{s^2} - \tfrac{1}{5s} + \tfrac{1}{5(s+5)}\right\} = \\ = &\quad \tfrac{z-1}{z}\tfrac{1}{5}\mathcal{Z}\left\{\tfrac{Tz}{(z-1)^2} - \tfrac{z}{5(z-1)} + \tfrac{z}{5(z-e^{-5T})}\right\} = \\ = &\quad \tfrac{Az+B}{25(z-1)(z-e^{-5T})}, \end{aligned}$$

dove $A = e^{-5T} + 5T - 1, B = 1 - e^{-5T} - 5Te^{-5T}$. Con la scelta di T proposta sopra si ottiene:

$$G(z) = 0.00163\frac{z+0.9049}{(z-1)(z-0.74)}.$$

A questo punto vorremmo ottenere una funzione a ciclo chiuso che abbia i poli in $e^{\overline{s}_{1,2}T}$. Per far questo usiamo il luogo delle radici. Una possibilità è di cancellare lo zero con un polo del controllore e scegliere il guadagno k opportunamente:

$$C(z) = \frac{k}{z+0.9049}.$$

In particolare i due rami che partono dai poli si incontrano circa a $(0.74+1)/2 = 0.87$ e da lì procedono staccandosi dall'asse reale. Il valore del modulo desiderato per i poli è pari a $e^{-\xi\omega_n T} = 0.8721$. Tra parte immaginaria Y e parte reale X vale la relazione

$$\frac{Y}{X} = tan(\sqrt{1-\xi^2}\omega_n T).$$

La parte reale si può trovare di conseguenza e da questa il guadagno k

2. Dal punto precedente, $T = 60msec$. Ne segue che il tempo di risposta del task τ_1 è pari a $R_1 = 34.5msec$. Se l'handler e il task non sono sincronizzati, allora il caso peggiore si ha quando il task τ_1 viene attivato e legge il dato subito prima dell'arrivo dell'interruzione, e poi ci mette esattamente R_1 a terminare la computazione. Quindi,

$$\text{Delay} = T + R_1 = 94.5msec.$$

Questo delay si può ridurre facendo in modo di attivare il task τ_1 da dentro l'handler invece che dal timer. In questo modo, il delay massimo corrisponde al tempo di risposta massimo del task:

$$\text{Delay} = R_1 = 34.5msec.$$